物　　理　（その１）

第１問

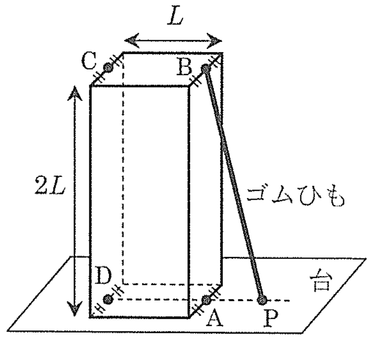


図１

底面が一辺の長さ L の正方形で、高さが $2L$ の直方体がある。この直方体は質量 M で密度が一様である。図１、図２の様に、摩擦がある水平な台の上にこの直方体を立てて置き、質量と太さが無視できる軽くて細いゴムひも、１本または複数本、を使って直方体の上面の点Ｂと台の上の点Ｐを結び、直方体を静止させる場合を考える。

図１で示されているように、点Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄは各々の辺の中点である。点Ｐは直線 DA の延長線上にあり、点Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄと直方体の重心Ｇを含む鉛直面内にある、点Ａから $\frac{7}{12}L$ だけ離れた点である。図２は図１を真横から見た図である。

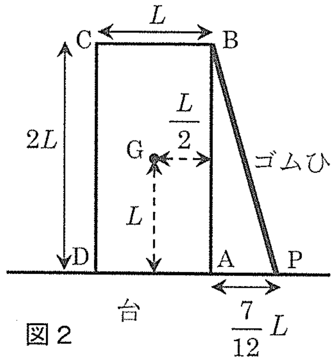


図２

ここで使用するゴムひもは自然長が $2L$ で、フックの法則に従い、１本のゴムひもに質量 M の直方体１個を鉛直にぶら下げて静止させた時に自然長から L だけ伸びるものとする。

以下、台と直方体との間の静止摩擦係数を μ、重力加速度の大きさを g とする。

はじめ、台を静止させておく。ゴムひもを１本だけ使って図１（と図２）のように、直方体と台をつないだとき、直方体が静止したままであった。

問1　ゴムひもの長さ（BP の長さ）は L の何倍か。数値（既約分数）で答えよ。

問2　点Ｂと点Ｐを結ぶゴムひもの張力の大きさはいくらか。

問3　直方体が台から受ける静止摩擦力はいくらか。

問4　直方体がすべらずに静止していることから、静止摩擦係数はいくら以上であるといえるか。数値（既約分数）で答えよ。

問5　直方体が台から受ける垂直抗力の作用点と点Ａとの距離は L の何倍か。数値（既約分数）で答えよ。

物　理　(その2)

つぎに、同様のゴムひもを n 本束ねて、ゴムひも1本の場合に比べて直方体に働く張力の大きさを n 倍にし、点Bと点Pを結ぶ場合を考える。

問6　直方体が転倒しないためには、ゴムひもの本数 n は何本以下でなければならないか。n の上限値を求めよ。

問7　ゴムひもの本数 n が前問で求めた値以下のとき、直方体が台の上を水平方向にすべらないようにするためには静止摩擦係数はいくら以上でなければならないか。n を用いて答えよ。

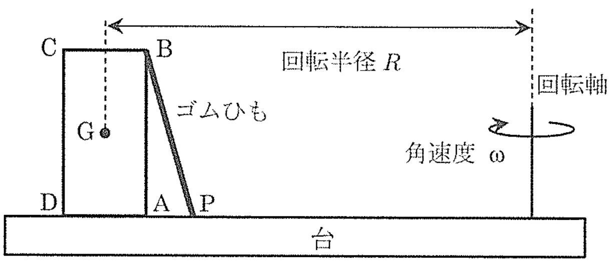


図3

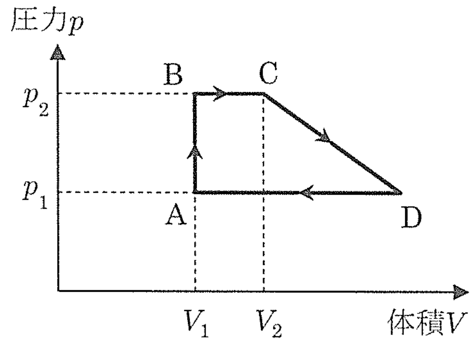
つぎに、前問と同様に、ゴムひもを n 本束ねて点Bと点Pを結び、直方体を載せた台を一定の角速度 ω で回転させる場合を考える(図3)。回転軸と直方体の重心Gとの距離を R とする。回転軸は鉛直で、点A、B、C、D、Pと直方体の重心Gを含む鉛直面内にあり、点Aから見て点P側にある。また、台の上面は回転する際に常に水平を保っているものとする。ゴムひもの本数 n は問6で求めた上限値以下とする。

問8　直方体が台から受ける静止摩擦力がゼロになるような角速度 ω_0 を求めよ。

問9　静止摩擦係数が $\mu=1/3$ の場合に、直方体が転倒せず、なおかつ、水平方向にすべりもしないようにするためには、$R\omega^2/g$ がどんな範囲にあればよいか。n を用いて答えよ。

物　理　（その３）

第２問



一定量の単原子分子理想気体をピストンがついた容器に入れ、その状態を右図の様に変化させる。ここで、状態 A→状態 B では定積変化、状態 B→状態 C および状態 D→状態 A では定圧変化させる。状態 C →状態 D では V (体積)-p(圧力) グラフが直線になるように変化させる。ここで、状態 D はその温度が状態 C の温度と等しい状態である。なお、状態 A、状態 B、状態 C の各々の圧力と体積は図に示された通りである。

問1　状態 A→状態 B の状態変化において、気体が外にする仕事 $W_{A\to B}$、および気体の内部エネルギーの変化 $\Delta U_{A\to B}$ はいくらか。

問2　状態 B→状態 C の状態変化において、気体が外にする仕事 $W_{B\to C}$、および気体の内部エネルギーの変化 $\Delta U_{B\to C}$ はいくらか。

問3　状態 C→状態 D の状態変化において、気体が外にする仕事 $W_{C\to D}$、および気体の内部エネルギーの変化 $\Delta U_{C\to D}$ はいくらか。

問4　状態 C から状態 D に至る間、気体の絶対温度はどのように変化するか簡単に述べよ。

以下、$V_2=1.5V_1$、$p_2=2p_1$ として問いに答えよ。

問5　状態変化 A→B→C→D→A の順に１サイクルする間に気体が外にする仕事を V_1、p_1 を用いて表せ。

問6　状態 C から状態 D への状態変化の間（グラフの直線 CD 上）における、圧力 p を体積 V、V_1、p_1 の式で表せ。

問7　状態 C から状態 D への状態変化の間における気体の絶対温度を T とし、状態 A の気体の絶対温度を T_A とする。絶対温度の比 T/T_A が最も大きくなるとき、この比の値を求めよ。また、その時の体積 V_0 を求め V_1 を用いて表せ。

物　理　(その4)

第3問

問1　単原子分子理想気体の1分子の平均の運動エネルギーを K とするとき、この気体の絶対温度はいくらか。ただし、気体定数を R、アボガドロ数を N_A とする。

問2　単原子分子理想気体の1分子の平均の運動エネルギーが、正の電荷 q をもつ静止した荷電粒子を電圧 V で加速した場合の運動エネルギーと同じ大きさのとき、気体の絶対温度はいくらか。気体定数 R、アボガドロ数 N_A、V、q を用いて表せ。

以下の問いでは、気体定数を 8.31 J/(mol・K)、アボガドロ数を 6.02×10^{23} /mol、電気素量を 1.60×10^{-19} C とする。

問3　温度 360 K の気体のヘリウムを単原子分子理想気体とみなせるとしたとき、気体分子の平均の速さ（2乗平均速度）はいくらか。有効数字2桁で答えよ。ただし、ヘリウムの分子量を 4.0 とする。また、必要であれば、$|\varepsilon|\ll1$ のときに実数 n に対して成り立つ近似式 $(1+\varepsilon)^n\fallingdotseq1+n\varepsilon$ を用いてよい。

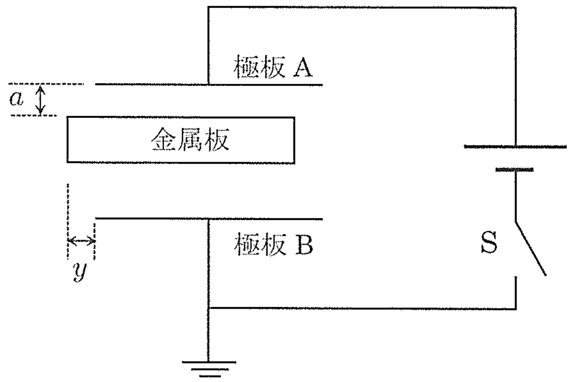
問4　現実の気体では気体分子は互いに衝突していて、衝突の際に、そのエネルギーが十分に大きければ、電子が弾き飛ばされて気体分子が電離する。いま、単原子理想気体とみなせる気体があり、その気体分子1個を電離するのに必要なエネルギーが 24.6 eV であるとする。気体分子同士の衝突によって気体分子が電離するのは気体の絶対温度が何 [K] 以上のときか。有効数字3桁で答えよ。ただし、気体分子同士の衝突において、1分子の平均の運動エネルギーの全てが1個の気体分子の電離に利用されると仮定せよ。

物　理　(その５)

第４問

極板 A と極板 B の間隔が d であるような平行平板コンデンサーがある。極板 A と極板 B はそれぞれ一辺の長さが L の正方形をしている。また、このコンデンサーの電気容量を C とする。いま、このコンデンサーと電圧 V の電源とスイッチ S を図のように接続する。この回路は極板 B 側が接地（アース）されている。

はじめに、金属板が挿入されていない状態で、スイッチを閉じてコンデンサーを充電した後、スイッチを開き、一辺の長さが L の正方形で厚さが $d/3$ の金属板をコンデンサーの極板と平行に挿入する。このとき、極板 A と金属板の表面との距離を a とする。ただし、a は $0<a<2d/3$ の範囲にある定数である。



金属板を完全に極板の間に挿入した場合、

問1　全体の電気容量と極板間の電位差を求めよ。

極板に垂直に x 軸をとり、極板 A から極板 B の向きを正の方向にして、極板 A の位置を x 軸の原点にとる。

問2　極板間の位置 x における電位を、x の関数として $0<x<d$ の範囲でグラフに描け。

問3　極板間の位置 x における電場の強さを、x の関数として $0<x<d$ の範囲でグラフに描け。

金属板を極板の端から長さ y だけ引き抜いた状態のとき、

問4　全体の電気容量はいくらか。

問5　コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーはいくらか。

問6　金属板を y だけ引き出した状態で静止させるために必要な極板と平行な向きの力の大きさはいくらか。