数　　学

1～10ページ（問題は1, 3, 5, 7, 9ページにあります。）

注　意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答時間は**75分間**です。
3. 解答用紙は**マークシート解答用紙1枚**と**記述式問題解答用紙1枚**の合計**2枚**です。
4. マークシート解答用紙の記入にあたっては，**解答用紙の注意事項**を参照し，HBの鉛筆を使用して丁寧にマークしなさい。
5. 受験番号，氏名，フリガナを**マークシート解答用紙**に記入しなさい。受験番号は記入例を参照して，正しくマークしなさい。
6. 受験番号を，**記述式問題解答用紙**の所定欄に記入しなさい。
7. マークの訂正には，消しゴムを用い，消しくずは丁寧に取り除きなさい。
8. 試験開始後，ただちにページ数を確認し，落丁や印刷の不鮮明なものなどがあれば申し出なさい。
9. 試験終了後，**解答用紙2枚を提出しなさい**。問題冊子は**持ち帰りなさい**。
10. マークシート解答用紙は折り曲げないようにしなさい。

マークシート解答用紙の受験番号記入例

数字の位置	受験番号				
	万	千	百	十	一
	1	2	3	4	5
0	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪
1	●	①	①	①	①
2	②	●	②	②	②
3	③	③	●	③	③
4	④	④	④	●	④
5	⑤	⑤	⑤	⑤	●
6	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
7	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
8	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
9	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

問題 [1]，[2]，[3] は，「マークシート解答用紙」に解答をマークしなさい．ただし，分数は既約分数で答え，平方根を含む解答は平方根の中をできるだけ簡単にして答えなさい．問題[4]，[5] は，「数学記述式問題解答用紙」に解答しなさい．

[1]

(1) $\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}+\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，

$a = \boxed{1}\boxed{2}$，$b = \boxed{3}\sqrt{\boxed{4}}+\sqrt{\boxed{5}}-\boxed{6}$ である．

(2) k を定数とするとき，x の方程式 $kx^2-(k+1)x+k=0$ が異なる 2 つの実数解をもつための k の値の範囲は

$-\dfrac{\boxed{7}}{\boxed{8}}<k<\boxed{9}$ または $\boxed{10}<k<\boxed{11}$ である．

(3) 三角形 ABC は AB ＝5，CA = $2\sqrt{3}$，∠ B ＝30° を満たしている．このとき，

$\sin C=\dfrac{\boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}\boxed{15}}$ であり，三角形 ABC の外接円の半径は $\boxed{16}\sqrt{\boxed{17}}$ である．

(4) 青玉 2 個，白玉 3 個，赤玉 5 個の合計 10 個の玉が入っている袋から玉を 1 個取り出し，色を調べてもとに戻すことを 4 回続けて行うとき，4 回目に 2 度目の赤玉が出る確率は $\dfrac{\boxed{18}}{\boxed{19}\boxed{20}}$ である．

[2]

(1)　$x=1+2i$ が方程式 $x^3+\ ax^2-9x+\ b=0$ の解であるとする．ただし，a, b は実数であり，i は虚数単位とする．このとき，$a=\boxed{21}$, $b=\boxed{22}\boxed{23}$ であり，この方程式の実数解は $x=-\boxed{24}$ である．

(2)　$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ とする．$y=3\sin^2\theta-5\cos\theta\sin\theta-2\cos^2\theta$ とおくとき，

y の最大値は $\boxed{25}$，最小値は $\dfrac{\boxed{26}-\boxed{27}\sqrt{\boxed{28}}}{\boxed{29}}$ である．

(3)　正数 x, y（ただし，$x\neq1$，$y\neq1$）はつぎの 2 つの式を満たすとする．

$$\begin{cases}\log_x y+\log_y x=2\\ xy=3^{126}\end{cases}$$

このとき，x は $\boxed{30}\boxed{31}$ 桁の数である．ただし，$\log_{10}3=0.4771$ とする．

(4)　数列 $\{a_n\}$ を $a_1=3\sqrt{3}$，$a_{n+1}^3=a_n$，$(n=1,2,3\cdots\cdots)$ により定める．

$S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\log_3 a_k$ とおくとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}S_n=\dfrac{\boxed{32}}{\boxed{33}}$ である．

[3] $AB=1$, $AC=\sqrt{2}$, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}$ を満たす三角形 ABC の外接円の中心を O とする．以下の問に答えなさい．

(1) $BC=\sqrt{\boxed{34}}$ であり，三角形 ABC の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{35}}}{\boxed{36}}$ である．

(2) $\overrightarrow{AO}=\dfrac{\boxed{37}}{\boxed{38}}\overrightarrow{AB}+\dfrac{\boxed{39}}{\boxed{40}}\overrightarrow{AC}$ である．

(3) 外接円 O 上に点 R をAR と BC が垂直になるように選ぶ．
ただし，R は A とは異なるとする．このとき，

$\overrightarrow{AR}=\dfrac{\boxed{41}\boxed{42}}{\boxed{43}\boxed{44}}\overrightarrow{AB}+\dfrac{\boxed{45}}{\boxed{46}\boxed{47}}\overrightarrow{AC}$

であり，四角形 ABRC の面積は $\dfrac{\boxed{48}}{\boxed{49}\boxed{50}}\sqrt{\boxed{51}}$ である．

以下の問題 [4]，[5] は，「数学記述式問題解答用紙」に解答しなさい．

[4] $k>1$ とする．xy- 平面上において，連立不等式 $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$，$0 \leqq y \leqq k\cos x$ により定まる領域を R とする．R のうち $y \geqq 1$ の部分の面積を S_1，また $y \leqq 1$ の部分の面積を S_2 とする．以下の問に答えなさい．

(1) $\displaystyle\lim_{k\to\infty}\frac{kS_2}{S_1}$ を求めなさい．

(2) $k\cos x = 1$ の解を $x = t$ とするとき，$t = f(k)$ とおく．このとき，$S_2 - S_1$ を f を用いて k の関数として表しなさい．また，$S_2 - S_1$ の最大値を与える k の値とそのときの最大値を求めなさい．

[5]　a は正の定数とする．2つの曲線

$$\begin{cases} y = \dfrac{a}{e}x^2 & \cdots\cdots① \\ y = 2a\log_e x & \cdots\cdots② \end{cases}$$

を考える．ただし，e は自然対数の底である．以下の問に答えなさい．

(1)　曲線 ① と曲線 ② はただ 1 つの点を共有し，かつその共通点において共通の接線 l をもつことを示し，l の方程式を求めなさい．

(2)　(1)の l，曲線 ① および y 軸で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を V_1，また，(1)の l，曲線 ② および x 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を V_2 とする。V_1 および V_2 を求めなさい。さらに $V_1 = V_2$ のときの a の値を求めなさい．