

# 入 学 試 験 問 題 (1 次)

## 数 学

平成 27 年 1 月 26 日 9 時 00 分—10 時 20 分

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
- 2 この冊子は、9 ページである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用せよ。
- 4 解答用紙の指定欄に受験番号、氏名を忘れずに記入せよ。
- 5 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。
- 6 解答の記入の仕方については、次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。
- 7 この冊子の余白は、草稿用に使用してよい。ただし、切り離してはならない。
- 8 解答用紙およびこの問題冊子は、持ち帰ってはならない。

No.						
-----	--	--	--	--	--	--

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに、与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び、解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 整式  $x^4 + ax^3 + bx^2 - 25x - 132$  が、整式  $x^2 + x - 12$  で割り切れるとき、 $a + b$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

2  $\log_2 a + \log_2 b = 1$  ,  $\log_c a + \log_c b = 3$  ( $a, b, c$  は正の実数,  $c \neq 1$ ) がともに成立しているとき、 $2 \log_c(a + b)$  の最小値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

3 関数  $f(x) = 9^x + 9^{-x} - \frac{20}{9}(3^{1-x} + 3^{1+x})$  ( $x$  は正の実数) は、 $x = a$  のとき最小値をとる。 $a$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

4  $x = 2 + \sqrt{3}$ ,  $y = 2 - \sqrt{3}$  のとき,  $\frac{1}{2} \left( \frac{y}{x} + \frac{x}{y} \right)$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

5  $a, b$  は整数とする ( $ab \neq 0$ )。 $\frac{2}{a} + \frac{3}{b} = 1$  を満たす  $(a, b)$  は、何組あるか。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

6 2つの放物線 C1 :  $y = x^2$ , C2 :  $y = x^2 - ax + a + \frac{a^3}{2}$  ( $a$  は正の実数)について考える。直線 L は C1, C2 にそれぞれ点 A, B で接する。点 A, B の  $x$  座標をそれぞれ  $p, q$  としたとき,  $p + q - a^2$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

7 四角形ABCDは、円に内接する。各辺は、それぞれ、 $AB = 2$  ,  $BC = 3$  ,  $CD = 4$  ,  $DA = 5$ であるとする。四角形ABCDの面積を $S$ とするとき、 $\frac{S}{\sqrt{30}}$ の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

8 2つの点 $A(1, -2, 3)$ ,  $B(3, 2, 2)$ と $xy$ 平面上を動く点Pについて考える。線分APの長さと線分PBの長さの和の最小値を $m$ としたとき、 $\frac{m}{\sqrt{5}}$ の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

9 円C :  $x^2 + y^2 = 20$ と円Cの外部に存在する点R( $8, a$ )( $a$ は負の実数)について考える。点Rを通り円Cに接する直線は2つ存在する。この2つの直線が円Cと接する点をP, Qとする(点P, Qのx座標をそれぞれ $p, q$ とする)。 $\angle PRQ = 60^\circ$ となるとき、 $|a + p + q|$ の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

10 楕円  $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  と直線  $L: x - 2y + 10 = 0$  について考える。楕円  $C$  上の点  $P$  から直線  $L$  に下ろした垂線と直線  $L$  の交点を  $Q$  とする。線分  $PQ$  の最大値を  $M$ 、最小値を  $m$  とするとき、 $\frac{M}{m}$  の値を求めよ。

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3 Ⓔ 4  
Ⓑ 5 Ⓑ 6 Ⓒ 7 Ⓓ 8 Ⓔ 9

11 第10項が29、第15項が19である等差数列について考える。初項からの和の最大値を  $M$  としたとき、 $\frac{M}{72}$  の値を求めよ。

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3 Ⓔ 4  
Ⓑ 5 Ⓑ 6 Ⓒ 7 Ⓓ 8 Ⓔ 9

12 数列  $\{a_n\}$  は、 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + 4$  を満たしている。

$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$  とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n}$  の値を求めよ。

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3 Ⓔ 4  
Ⓑ 5 Ⓑ 6 Ⓒ 7 Ⓓ 8 Ⓔ 9

13  $x - 6, x, y$  がこの順で等比数列であり、 $x - 9, x, y - x$  がこの順で等差数列であるとする ( $x > 6, y > 0, x, y$  は実数)。 $\frac{3y}{x}$  の値を求めよ。

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3 Ⓔ 4  
Ⓑ 5 Ⓑ 6 Ⓒ 7 Ⓓ 8 Ⓔ 9

14 1辺の長さが  $\sqrt{15}$  である正四面体 OABC について考える。辺 OA を 1 : 3 に内分する点を M、辺 BC を 3 : 5 に内分する点を N とする。  
 $|\overrightarrow{MN}| = m$  としたとき、 $\frac{64m^2}{185}$  の値を求めよ。

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3 Ⓔ 4  
Ⓑ 5 Ⓑ 6 Ⓒ 7 Ⓓ 8 Ⓔ 9

15  $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 2, |\vec{a} - \vec{b}| = 3\sqrt{5}$  であるとする。 $|\vec{a} + t\vec{b}|$  は ( $t$  は実数),  $t = c$  のとき、最小値  $m$  をとる。 $\frac{mc}{3}$  の値を求めよ。

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 3 Ⓔ 4  
Ⓑ 5 Ⓑ 6 Ⓒ 7 Ⓓ 8 Ⓔ 9

16  $\triangle ABC$ について考える。点Pは、 $6\overrightarrow{AP} + 3\overrightarrow{BP} + 2\overrightarrow{CP} = \vec{0}$ を満たすものとする。 $\triangle ABC$ の面積を $S_1$ 、 $\triangle PBC$ の面積を $S_2$ としたとき、 $\frac{11S_2}{S_1}$ の値を求めよ。

Ⓐ 0  
Ⓑ 1  
Ⓒ 5

Ⓓ 2  
Ⓔ 6

Ⓕ 3  
Ⓖ 7

Ⓗ 4  
Ⓘ 8  
Ⓛ 9

17 赤い玉が3個、白い玉が6個入っている袋から、玉を1個ずつ取り出すこととする。赤い玉を3個取り出したら終了とする。玉を6個取り出したときに終了する確率を $p$ とする。 $42p$ の値を求めよ。ただし、取り出した玉は袋にもどさないものとする。

Ⓐ 0  
Ⓑ 1  
Ⓒ 5

Ⓓ 2  
Ⓔ 6

Ⓕ 3  
Ⓖ 7

Ⓗ 4  
Ⓘ 8  
Ⓛ 9

18  $x + y + z = n$  ( $x, y, z, n$ は0以上の整数)を満たす $(x, y, z)$ の組の数を $f(n)$ で与えることとする。 $f(n) > 185$ となるような最小の $n$ を $a$ とするとき、 $\frac{a}{2}$ の値を求めよ。

Ⓐ 0  
Ⓑ 1  
Ⓒ 5

Ⓓ 2  
Ⓔ 6

Ⓕ 3  
Ⓖ 7

Ⓗ 4  
Ⓘ 8  
Ⓛ 9

19 円 C<sub>1</sub> :  $x^2 + y^2 = a^2$  ( $a$  は正の実数) のとき, 円 C<sub>1</sub> と  $x$  軸との交点を A( $-a, 0$ ), B( $a, 0$ ) とする。円 C<sub>2</sub> は点 A を中心とする円であり, 円 C<sub>1</sub> 上の点 P(P の  $y$  座標は正の実数とする) で円 C<sub>1</sub> と交わることとする。線分 AB と円 C<sub>2</sub> の交点を Q としたとき, 線分 PQ の長さの最大値を  $M$  とする。  
 $\frac{3\sqrt{6}M}{2a}$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

20  $\lim_{n \rightarrow \infty} \{\sqrt{(n+2)(n+3)} - \sqrt{(n-2)(n-3)}\} = a$  とする。

極限値  $a$  を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

21 関数  $f(t) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - t \cos x)^2 dx$  は,  $t = a$  ( $a$  は正の実数) で最小値をとるものとする。 $a$  を超えない最大の整数の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓑ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓖ 6 | Ⓗ 7 | Ⓘ 8 | Ⓛ 9 |

22 関数  $f(x) = \frac{2ax}{x^2 - ax + 1}$  ( $|a| < 2$ ,  $a$  は実数) の最大値が 2 となるとき,  $a$  のとる値は,  $p$  と  $q$  の 2 つ存在する。 $|p - q|$  の値を求めよ。

Ⓐ 0  
Ⓑ 1  
Ⓒ 5

Ⓓ 2  
Ⓔ 6

Ⓕ 3  
Ⓖ 7

Ⓗ 4  
Ⓘ 8  
Ⓛ 9

23 3 次方程式  $x^3 + bx^2 + cx + d = 0$  ( $b, c, d$  は実数) は, すべて異なる 3 つの実数解  $\alpha, \beta, \gamma$  ( $\alpha < \beta < \gamma$ ) をもつとする。 $\alpha + \beta + \gamma = 3$ ,  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 9$ ,  $\alpha\beta\gamma = k$  であるとき,  $k$  のとりうる値の範囲は,  $-p < k < 0$  ( $p$  は正の実数) となる。 $p$  の値を求めよ。

Ⓐ 0  
Ⓑ 1  
Ⓒ 5

Ⓓ 2  
Ⓔ 6

Ⓕ 3  
Ⓖ 7

Ⓗ 4  
Ⓘ 8  
Ⓛ 9

24 定積分  $\frac{35}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x \, dx$  の値を求めよ。

Ⓐ 0

Ⓑ 1

Ⓒ 2

Ⓓ 3

Ⓔ 4

Ⓕ 5

Ⓖ 6

Ⓗ 7

Ⓘ 8

Ⓛ 9

25 関数  $f(x)$  は、等式  $f(x) = 3x^2 \int_{-1}^1 f(t) \, dt + x \int_0^1 \{f'(t)\}^2 \, dt + \int_0^1 f(t) \, dt$  を満たす。 $f(0) - \frac{1}{4}$  の値を求めよ。 $\int_0^1 f(t) \, dt \neq 0$  とする。

Ⓐ 0

Ⓑ 1

Ⓒ 2

Ⓓ 3

Ⓔ 4

Ⓕ 5

Ⓖ 6

Ⓗ 7

Ⓘ 8

Ⓛ 9